Вариант – 19

С1. Дано уравнение $2\sin^2 x + \sqrt{2}\cos x = 0$.

А) Решите уравнение.

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi;\ -\pi]$.

С2. В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный треугольник ABC с основанием $AC=30$ и боковой стороной, равной 25. Найдите расстояние от точки C до плоскости ABC_1, если расстояние от точки C до плоскости $A_1B_1C_1$ равно 24

С3. Решите систему неравенств $\begin{cases} 9^{x+1} - 19\cdot 3^x + 2 \le 0, \\ \log_{1-x}(2x+3)^2 \le 2. \end{cases}$

С4. В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 10, а основание равно 12. Окружность с центром на стороне треугольника касается двух других его сторон. Найдите радиус окружности.

С5. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = x^2 + 2|x-a|$ на множестве, заданном неравенством $|2x-3| \le 3$, не меньше 4.

С6. Набор содержит 22 числа: 1; 2; 3;…; 21; 22.

А) Какое наибольшее количество чисел этого набора необходимо перемножить, чтобы получить квадрат натурального числа?

Б) Сколько при этом будет различных вариантов получения квадрата числа?

В) Какое наибольшее количество чисел этого набора необходимо перемножить, чтобы получить квадрат нечетного натурального числа?

Вариант – 20

С1. Дано уравнение $\sqrt{\sin x} = \sqrt{\cos 2x}$.

А) Решите уравнение.

Б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

С2. В правильной четырехугольной пирамиде PABCD высота PH рана 12, а площадь основания ABCD равна 162. На ребре PA взята точка M так, что PM:PA=1:5. Найдите угол, который образует прямая HM с плоскостью основания пирамиды.

С3. Решите систему неравенств $\begin{cases} x^{\log_2 x} \geq \frac{4}{x}, \\ \frac{3^{5x} - 3}{9^x - 30 \cdot 3^x + 81} < 0. \end{cases}$

С4. В прямоугольном треугольнике ABC катеты равны 5 и 12. Прямая, перпендикулярная гипотенузе AB, делит площадь треугольника в отношении 1:8. Найдите длину отрезка этой прямой с концами на сторонах треугольника ABC.

С5. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система $\begin{cases} \sqrt{y^2 + x^2 - 2ax + 4ay + 5a^2} = \sqrt{5}, \\ y = \sqrt{x^2} \end{cases}$ имеет ровно одно решение.

С6. А) Найдите наименьшее натуральное p, при котором число $p^2+19p+84$ делится на 11.

Б) Найдите наименьшее простое p, при котором число $p^2+19p+84$ делится на 11.

В) Может ли при каком-либо целом p число $p^2+19p+84$ быть квадратом натурального числа?