C3, вариант 7.

C3. Решите систему неравенств ☐ log3≥9x

Прологарифмировали обе части неравенства по основанию 3 и применили свойства логарифмов: $\log_3\left(x^{\log_3 x}\right) \geq \log_3(9x)$

$$x^{\log_3 x} \geq 9x \Leftrightarrow \log_3 x \cdot \log_3 x \geq \log_3 9 + \log_3$$

$$\begin{cases} x^{\log_3 x} \geq 9x \\ \sqrt{4x^2-5x+1} < 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x \cdot \log_3 x \geq \log_3 9 + \log_3 x \\ 4x^2-5x+1 \geq 0 \\ 4x^2-5x+1 < 4x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3^2 x - \log_3 x - 2 \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} x \leq \frac{5-\sqrt{25-16}}{8} \\ x \geq \frac{5+3}{8} \end{array}\right. \\ -5x+1<0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \log_3 x \leq -1 \\ \log_3 x \geq 2 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x \leq \frac{1}{4} \\ x \geq 1 \end{array}\right. \\ x > \frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \leq \frac{1}{3} \\ x \geq 9 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x \leq \frac{1}{4} \\ x \geq 1 \end{array}\right. \\ x > \frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{1}{5} < x \leq \frac{1}{4}. \\ x \geq 9 \end{array}\right.$$

Ответ: $\left(\frac{1}{5};\frac{1}{4}\right] \cup [9;+\infty).$

$x^{\log_3 x} \geq 9x \Leftrightarrow \log_3 x \cdot \log_3 x \geq \log_3 9 + \log_3 x$????Поясняю

1. Подробность $\sqrt{25-16}$ свидетельствует о вычислении дискриминанта. Не более. Дети, как правило, пишут отдельной строчкой так: $D = 25-16 = 9 = 3^2$. Да пусть пишут, главное чтоб было без ошибки. Если Вы заметили, в следующей записи я уже не повторяю это выражение, а заменяю его значением. Будто решение я веду без черновика.

2. Во второй системе добавлять условие $x>0$ не спешу, так как x пока что под знаком логарифма.

3. В последней системе добавлять условие $x>0$ тоже надобности нет, так как в системе (конъюнкции) есть условие (предикат) $x>\frac{1}{5}$.

C3, вариант 8.

$$\begin{cases} 2^{|2\sqrt{3}x-1|} < 2 \\ \log_x^2(1-x) - \frac{3}{\log_{1-x} x} + 2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |2\sqrt{3}-1| < 1 \\ 1-x \neq 1 \\ \log^2_{(1-x)} x - 3\log_x(1-x) + 2 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 < 2\sqrt{3}x - 1 < 1 \\ x \neq 0 \\ 1 < \log_x(1-x) \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0<2\sqrt{3}x<2 \\ \log_x(1-x)\geq 1 \\ \log_x(1-x)\leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0<x<\frac{1}{\sqrt{3}} \\ 1-x\leq x \\ 1-x\geq x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0<x<\frac{1}{\sqrt{3}} \\ 2x\geq 1 \\ x^2+x-1\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0<x<\frac{1}{\sqrt{3}} \\ x\geq\frac{1}{2} \\ \frac{-1-\sqrt{1+4}}{2}\leq x\leq\frac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}.$$

Заметим, что $\frac{-1+5}{2}>\frac{1}{2}$, поскольку $\frac{-1+5}{2}>\frac{1}{2}\Leftrightarrow$
-1+sqrt5>1<=>sqrt5>2.

Докажем неравенство $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}>\frac{1}{\sqrt{3}}$. Будем иметь:
$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}>\frac{1}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow\sqrt{15}-\sqrt{3}>2\Leftrightarrow 15+3-2\sqrt{45}>4\Leftrightarrow$
$2\sqrt{45}<14\Leftrightarrow 180<196$

Ответ: $\left[\frac{1}{2};\frac{1}{\sqrt{3}}\right).$

С3, вариант 8.

$$\begin{cases} 2^{|2\sqrt{3}x-1|}<2 \\ \log_x^2(1-x)-\frac{3}{\log_{1-x}x}+2\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |2\sqrt{3}-1|<1 \\ 1-x\neq 1 \\ \log^2_{(1-x)}x-3\log_x(1-x)+2\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1<2\sqrt{3}x-1<1 \\ x\neq 0 \\ 1<\log_x(1-x)<2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0<2\sqrt{3}x<2 \\ \log_x(1-x)>1 \\ \log_x(1-x)<2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0<x<\frac{1}{\sqrt{3}} \\ 1-x<x \\ 1-x>x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0<x<\frac{1}{\sqrt{3}} \\ 2x>1 \\ x^2+x-1<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0<x<\frac{1}{\sqrt{3}} \\ x>\frac{1}{2} \\ \frac{-1-\sqrt{1+4}}{2}<x<\frac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}.$$

Заметим, что $\frac{-1+5}{2}>\frac{1}{2}$, поскольку $\frac{-1+5}{2}>\frac{1}{2}\Leftrightarrow -1+\sqrt{5}>1\Leftrightarrow\sqrt{5}>2$.

Докажем неравенство $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}>\frac{1}{\sqrt{3}}$. Будем
иметь: $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}>\frac{1}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow\sqrt{15}-\sqrt{3}>2\Leftrightarrow 15+3-2\sqrt{45}>4\Leftrightarrow 2\sqrt{45}<14\Leftrightarrow 180<196$

Ответ: $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{\sqrt{3}}\right).$

В третьей системе Вы потеряли знак $=$. С учётом этого ответ $\left[\frac{1}{2};\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$